



CHAPITRE 10 : Introduction au monde quantique

Introduction

La mécanique quantique décrit la matière à l'échelle atomique et au-dessous. De la mécanique quantique, découle la réalisation d'inventions aussi importantes que le laser, le microprocesseur, l'horloge atomique, l'imagerie médicale par résonance magnétique nucléaire.....

Les phénomènes quantiques qui apparaissent à l'échelle microscopique sont parfois difficiles à appréhender car ils ne correspondent pas à notre intuition naturelle fondée sur notre expérience du monde macroscopique. À la base de leur compréhension se trouve l'idée de dualité onde-particule. Il en découle la quantification de l'énergie.

1. Dualité onde-particule de la lumière

La dualité onde-corpuscule ou dualité onde-particule est un principe selon lequel tous les objets physiques peuvent présenter des propriétés d'ondes ou de particules. Le terme dualité a été choisi pour signifier que ces deux aspects sont non seulement complémentaires mais également indissociables

1.1. Le rayonnement thermique

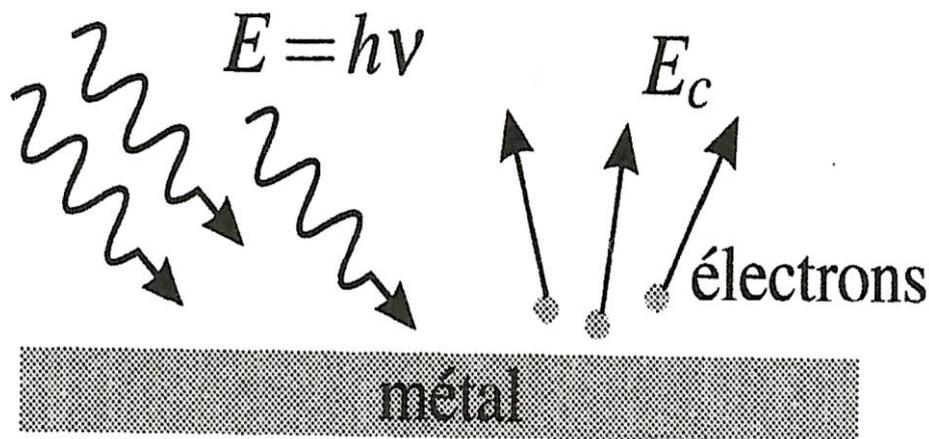
Pour réussir à expliquer les propriétés de l'émission thermique du rayonnement électromagnétique d'un corps chauffé (ce rayonnement est pour l'essentiel dans le domaine infrarouge), Max Planck utilisa l'hypothèse que l'énergie s'échange entre la matière et le rayonnement par multiples d'une valeur minimale, le quantum d'énergie, dont l'expression est :

$$E = h\nu$$

où ν est la fréquence du rayonnement et $h = 6,636176 \cdot 10^{-34}$ J.s est la constante de Planck

1.2. L'effet photoélectrique

L'effet photoélectrique est l'émission d'électrons par un métal lorsqu'il est éclairé par un rayonnement du domaine du visible ou ultraviolet. Le phénomène n'existe que si la fréquence du rayonnement est supérieure à une fréquence seuil ν_S qui dépend de la nature du métal. Si la fréquence est plus petite que ν_S , il n'y a pas d'effet photoélectrique, même si le faisceau est intense.



Albert Einstein proposa une interprétation théorique de l'effet photoélectrique en supposant que le rayonnement lui-même est constitué de quanta de lumière, **sortes de grains de lumière** contenant l'énergie $E = h\nu$. L'hypothèse de base de la théorie d'Einstein est qu'un électron du métal peut absorber un seul quantum de lumière. Il est alors arraché au métal si l'énergie $E = h\nu$ est supérieure à une valeur minimale dépendant du métal et appelé travail d'extraction W . La condition $E > W$ se traduit par :

$$\nu > \nu_s = \frac{W}{h}$$

La théorie d'Einstein explique ainsi l'existence de la fréquence seuil. De plus, elle prédit que l'énergie cinétique maximale emportée par l'électron est :

$$E_{c,max} = E - W = h(\nu - \nu_s)$$

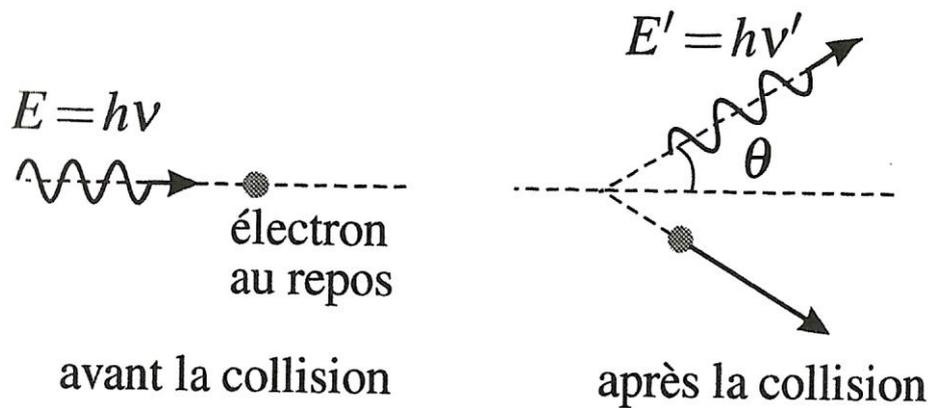
C'est la relation d'Einstein (Prix Nobel 1921).

1.3. La diffusion Compton

En envoyant des rayons X de longueur d'onde $\lambda = 0,071 \text{ nm}$ sur une cible de carbone, A. Compton observa un rayonnement diffusé de longueur d'onde différente de la longueur d'onde incidente. Il put interpréter les résultats expérimentaux en faisant l'hypothèse d'une collision entre les électrons contenus dans l'échantillon et des particules arrivant avec le rayonnement incident, particules dotées de l'énergie $E = h\nu = hc/\lambda$ et de la quantité de mouvement :

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Au cours de cette collision la particule du rayonnement perd une partie de son énergie, ce qui explique qu'elle reparte avec une énergie $E' < E$, donc une fréquence $\nu' < \nu$ et une longueur d'onde $\lambda' > \lambda$.



1.4. Le photon

La particule associée à la lumière s'appelle le photon. Ses propriétés sont les suivantes :

- le photon a une masse nulle
- le photon se déplace à la vitesse de la lumière égale à $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dans le vide.
- le photon associé à une lumière de fréquence ν et de longueur d'onde $\lambda = c/\nu$ possède l'énergie :

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

h est la constante de Planck

- le photon associé à une lumière de fréquence ν se propageant dans la direction du vecteur unitaire \vec{u} possède la quantité de mouvement :

$$\vec{p} = \frac{E}{c} \vec{u} = \frac{h\nu}{c} \vec{u} = \frac{h}{\lambda} \vec{u}$$

L'énergie du photon est donnée par la relation :

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})}$$

$$1 \text{ eV (électron - volt)} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Exercice d'application

Calculer le nombre de photons émis chaque seconde par un laser hélium-néon de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ et de puissance $P = 1,0 \text{ mW}$?

En une seconde l'énergie lumineuse délivrée par le laser est $E_{\text{Laser}} = P\Delta t = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

L'énergie d'un photon est

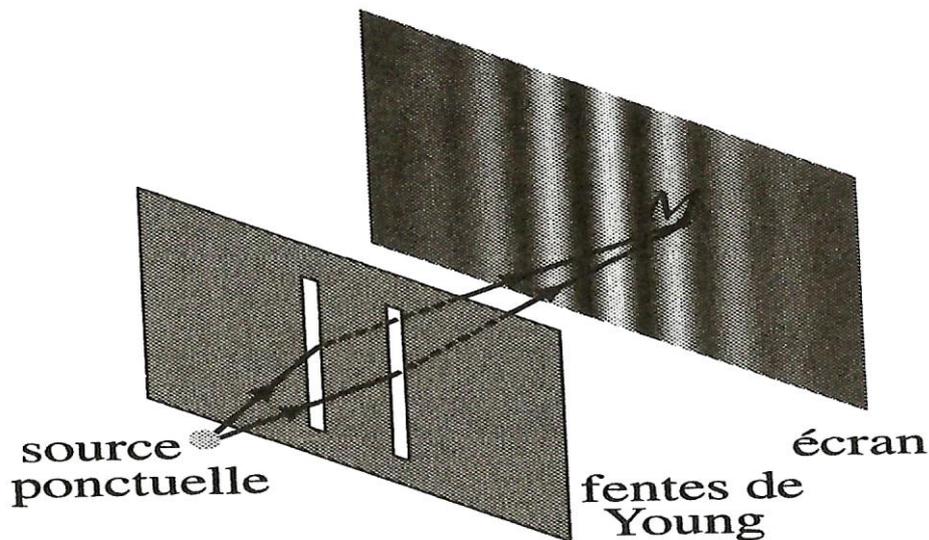
$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{633} = 1,95 \text{ eV} \Rightarrow E(\text{J}) = 1,95 \times 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Le nombre de photons est donc :

$$N = \frac{E_{\text{Laser}}}{E} = \frac{1,0 \cdot 10^{-3}}{3,1 \cdot 10^{-19}} = 3,2 \cdot 10^{15} \text{ photons}$$

1.5. Franges d'interférences et photons

Une source ponctuelle, quasi monochromatique, éclaire un écran opaque percé de deux fentes rectilignes identiques très fines derrière lesquelles on place un écran parallèle au plan des fentes. Sur l'écran on observe des franges rectilignes parallèles aux fentes



L'explication qualitative du phénomène est la suivante : en tout point M de l'écran parviennent deux ondes qui sont diffractées par les deux fentes de Young. Les longueurs des deux rayons lumineux entre la source et M sont différentes, donc les deux ondes sont décalés dans le temps ce qui traduit par un déphasage qui dépend de la position de M sur l'écran. On observe ainsi des franges brillantes, au centre desquelles le déphasage est un multiple de 2π (condition d'interférence constructive) et des franges sombres au centre desquelles le déphasage est un multiple entier impair de π (condition d'interférence destructive).

1.6. Conclusion

- La lumière est de **nature ondulatoire** avec les propriétés suivantes :
 - ✓ c'est une onde électromagnétique dont la vitesse de propagation dans le vide est $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
 - ✓ lorsque cette onde peut être décrite par une vibration quasi sinusoïdale, l'onde est dite sinusoïdale, ou harmonique ou monochromatique (d'une seule couleur). Elle est alors caractérisée par sa fréquence ν qui est de l'ordre de $5,00 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ pour la lumière visible.

- ✓ cette nature ondulatoire est attestée par les phénomènes d'interférences et de diffraction.
- La lumière est de **nature corpusculaire** avec les propriétés suivantes :
 - ✓ contrairement à ce que l'on aurait si sa nature était purement ondulatoire, l'énergie transportée par une onde lumineuse monochromatique ne peut pas prendre n'importe quelle valeur : ce ne peut être qu'un multiple d'une quantité élémentaire et indivisible appelée **quantum d'énergie**. On dit que l'énergie de l'onde est quantifiée.
 - ✓ chaque quantum d'énergie peut être associé à une particule de masse nulle, appelé photon, voyageant à la vitesse c .
 - ✓ cette nature corpusculaire se manifeste lors de l'interaction entre la lumière et la matière comme dans l'effet photoélectrique est attestée par les phénomènes d'interférences et de diffraction.
- Ces deux natures sont à la fois complémentaires et indissociables : il existe donc une dualité onde-corpuscule. Celle-ci s'interprète de manière fondamentalement probabiliste :
 - ✓ les prévisions sur le comportement d'un photon ne peuvent être que de nature probabiliste
 - ✓ l'intensité de l'onde, en un point M de l'espace à un instant t , représente la probabilité pour qu'un photon interagisse avec la matière en M à t .

2. Dualité onde-particule de la matière

L'idée symétrique que les particules de matière (électrons, protons, neutrons...), par définition de nature corpusculaire, puissent avoir un comportement ondulatoire, a été envisagée pour la première fois en 1923 par Louis de Broglie. Il postula l'existence pour toute particule d'une onde de matière qui lui est associée et établit sur des arguments théoriques une expression pour la longueur d'onde λ_{DB} de cette onde :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p}$$

Où p est la quantité de mouvement (ou impulsion) de la particule et h est la constante de Planck. La relation fondamentale précédente est appelée relation de de Broglie et λ_{DB} est appelée **longueur d'onde de de Broglie de la particule**.

Remarque :

Pour calculer la quantité de mouvement de la particule on peut utiliser l'expression de la mécanique classique $p = mv$ où v est la vitesse de la particule à condition que v soit très inférieure à la vitesse de la lumière. La relation de de Broglie devient dans ce cas :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{mv}$$

Dans le cas contraire, il faut utiliser la formule relativiste pour la quantité de mouvement. On admet généralement que la formule classique est valable si :

$$v < \frac{c}{10}$$

Exercice d'application

1. Quelle est longueur d'onde de de Broglie d'un électron ayant une énergie cinétique $E_C = 54 \text{ eV}$? $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
2. Quelle est longueur d'onde de de Broglie d'un électron ayant une énergie cinétique $E_C = 100 \text{ keV}$?

3. Fonction d'onde et probabilités

On peut associer à une particule quantique une fonction d'onde, $\psi(M, t)$, fonction du point M et du temps, à valeurs complexes. Cette fonction caractérise l'état de la particule.

En particulier la probabilité de trouver la particule au point M et à l'instant t est proportionnelle au module au carré de la fonction d'onde, $|\psi(M, t)|^2$.

4. Quantification de l'énergie d'une particule confinée

4.1. Notion de quantification

Une grandeur physique est quantifiée lorsqu'elle ne peut prendre qu'une suite de valeurs discrètes. On parle de quantification.

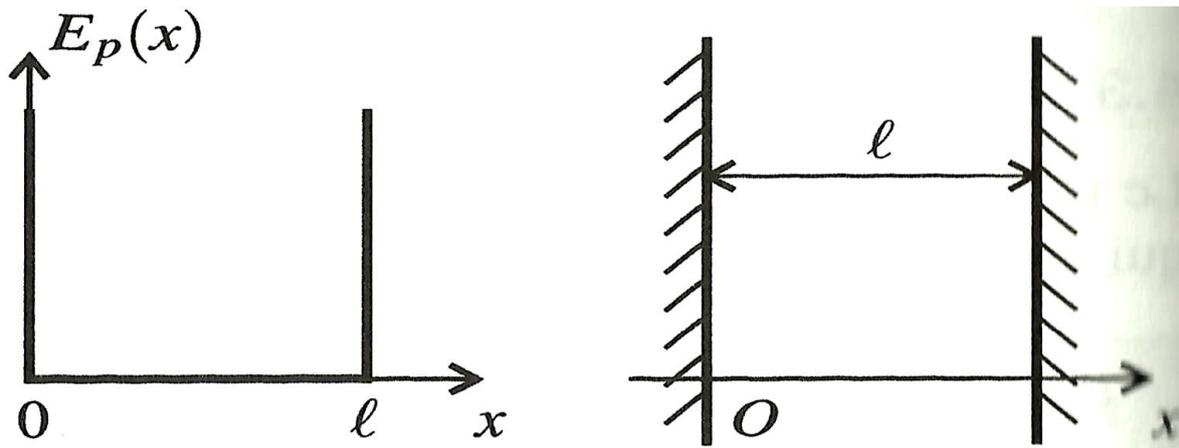
L'énergie mécanique d'une particule confinée dans une région limitée de l'espace est quantifiée. Le cas le plus simple est celui d'une particule dans un puits infini à une dimension.

4.2. Particule dans un puits infini à une dimension

4.2.1. Puits infini à une dimension

Le puits infini à une dimension est le nom donné au modèle théorique d'énergie potentielle suivant :

$$E_p(x) = \begin{cases} \infty & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } 0 < x < \ell \\ \infty & \text{si } x > \ell \end{cases}$$



Concrètement cela décrit une particule se déplaçant librement entre deux murs infranchissables perpendiculaires à (Ox) et distants de ℓ . La particule est confinée dans l'intervalle $0 < x < \ell$.

4.2.2. Longueurs d'onde possible pour la particule

Quelles sont les longueurs d'ondes possibles pour une particule placée dans le puits infini ?

L'onde de matière est limitée à l'intervalle $0 < x < \ell$. Une onde dans un espace confiné est nécessairement une onde stationnaire. Il en est obligatoirement de même pour l'onde de Broglie associée à la particule. L'onde associée à la particule est une onde stationnaire. D'autre part, la probabilité de détecter la particule en un point est proportionnelle au carré de l'amplitude de la fonction d'onde en ce point. On sait que cette probabilité est nulle pour $x < 0$ et pour $x > \ell$. Par continuité, elle est aussi nulle pour $x = 0$ et $x = \ell$. L'onde associée à la particule présente un nœud de vibration en $x = 0$ et $x = \ell$.

L'étude des ondes a montré que la distance entre deux nœuds de vibration consécutifs est égale à la moitié de la longueur d'onde. Ainsi la largeur du puits est nécessairement un multiple entier de la demi-longueur d'onde. Ceci s'écrit :

$$\ell = n \frac{\lambda_{DB}}{2}, \quad \text{où } n \text{ est un entier}$$

Finalement l'onde associée à une particule placée dans le puits de potentiel a nécessairement une longueur d'onde de de Broglie prenant l'une des valeurs :

$$\lambda_{DB,n} = \frac{2\ell}{n}, \quad \text{où } n \text{ est un entier}$$

4.2.3. Niveaux d'énergie

L'énergie mécanique de la particule à l'intérieur du puits, $E = E_c + E_p$, se resume à son energie cinetique $E_c = p^2/2m$ puisque l'energie potentielle est nulle.

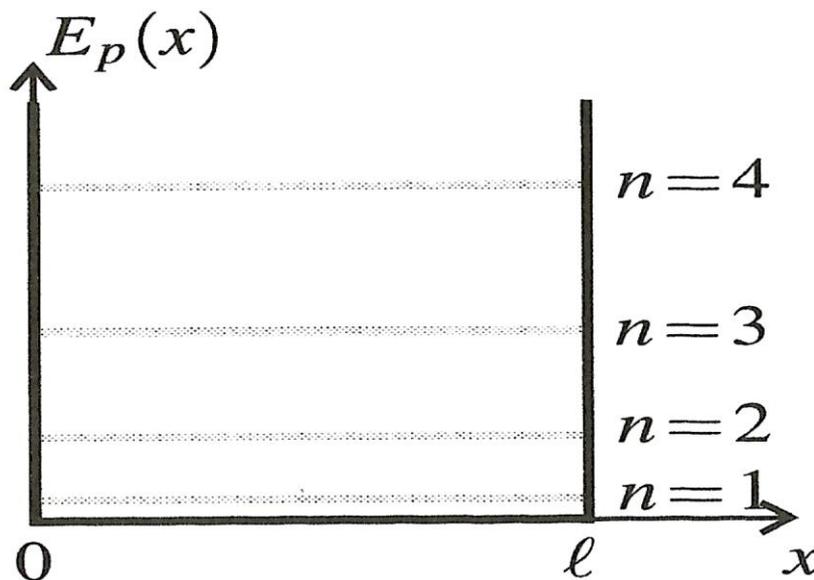
$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda_{DB}} \Rightarrow E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_{DB}^2}$$

$$\lambda_{DB,n} = \frac{2\ell}{n} \Rightarrow E = \frac{h^2 n^2}{2m(2\ell)^2}$$

L'énergie ne peut prendre que l'une des valeurs suivantes :

$$\Rightarrow \boxed{E = n^2 \frac{h^2}{8m\ell^2} \quad \text{où } n \text{ est un entier}}$$

L'énergie de la particule dans le puits est quantifiée. Les 4 premiers niveaux d'énergie sont représentés sur la figure suivante.



L'écart entre deux niveaux consécutifs augmente avec n :

$$\boxed{E_{n+1} - E_n = (2n + 1) \frac{h^2}{8m\ell^2}}$$

Sa valeur minimale est :

$$\boxed{E_1 = \frac{h^2}{8m\ell^2}}$$

4.2.4. Transitions entre niveaux d'énergie

La particule doit être dans l'un des niveaux d'énergie précédemment déterminés. Elle peut passer d'un niveau E_n à un niveau plus bas $E_{n'}$ ($n' < n$) en émettant un photon dont la fréquence est donnée par la loi de conservation de l'énergie :

$$\boxed{h\nu = E_n - E_{n'} = (n^2 - n'^2) \frac{h^2}{8m\ell^2}}$$



Elle peut aussi passer du niveau $E_{n'}$ au niveau E_n en absorbant un photon ayant cette même fréquence.

La plus petite fréquence pouvant être émise ou absorbée correspond à $n = 2$ et $n' = 1$ et son expression est :

$$\nu_0 = \frac{E_2 - E_1}{h} = \frac{3h}{8m\ell^2}$$

Remarque

Si $\ell \rightarrow \infty \Rightarrow \nu_0 \rightarrow 0$ et la différence entre deux niveaux d'énergie consécutifs, $E_{n+1} - E_n$ tend vers 0 aussi. Alors les niveaux d'énergie sont tellement serrés qu'ils forment quasiment un continuum : l'énergie n'est plus quantifiée. Ainsi la quantification de l'énergie provient du confinement dans une zone limitée de l'espace.

5. Généralisation : lien entre confinement spatial et quantification

L'exemple du puits infini montre que la notion d'onde de matière conduit, pour une particule confinée, à la quantification de l'énergie. Ceci est un fait qualitatif général : une particule quantique confinée dans une région de l'espace de taille finie a son énergie quantifiée.